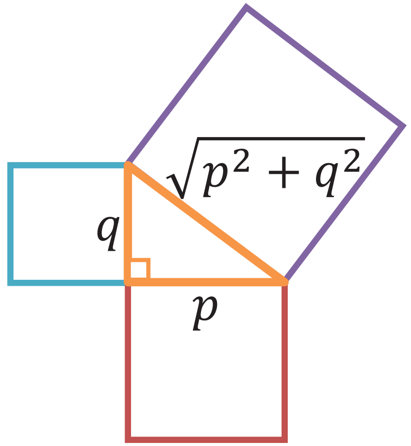
第1章 1UP数学

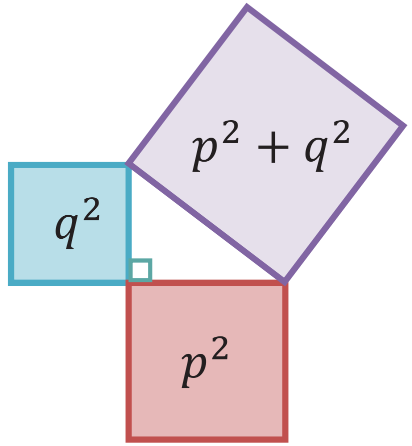
1ー②式の図解

2014.09.16　尾崎幸謙・荘島宏二郎

前置き：三平方の定理

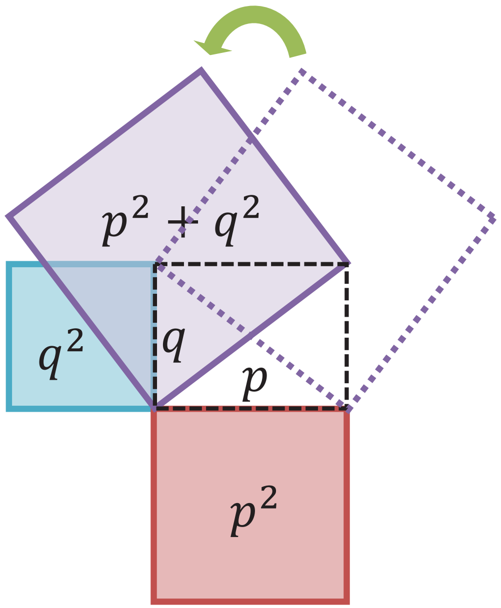


3辺の長さ



3つの四角形の面積

三平方の定理：少し図形を動かす



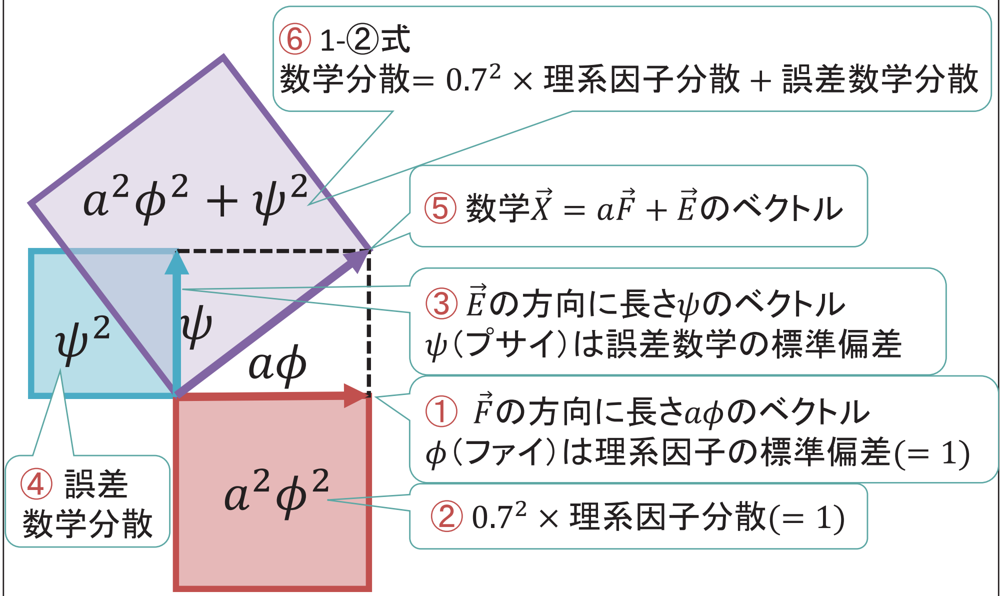
数学=0.7×理系因子+誤差数学

- 以下の記号を用いる

- 数学→X
- 0.7→a
- 理系因子→F
- 誤差→E
- とおくと、

- 上式は、$X=aF+E$

因子と誤差は直交（無相関）の関係



1ー④式の図解

英語=0.6×文系因子+0.4×理系因子+誤差英語

- 以下の記号を用いる
- 英語→X, 誤差→E
- 文系因子→F_1, 理系因子→F_2
- $0.6 \to a_1$, $0.4 \to a_2$
- とおくと、上式は、$X = a_1F_1 + a_2F_2 + E$

- さらに、文系因子分散ϕ_1^2, 理系因子分散ϕ_2^2
- 因子間共分散ϕ_{21}, 誤差分散ψ^2
- 因子分散が1なのでϕ_{21}は因子間相関と同じ

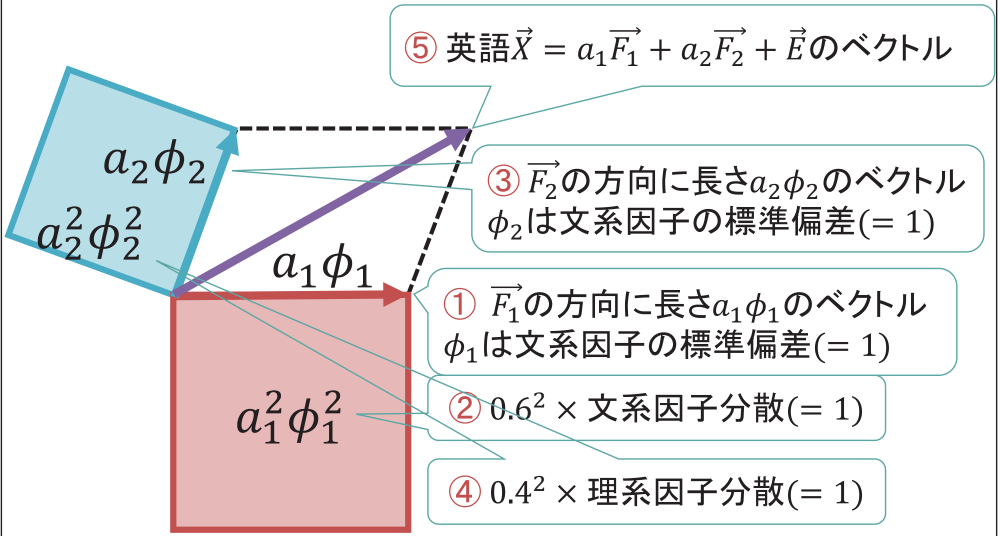
文系因子と誤差、理系因子と誤差

- 文系因子と誤差は直交（無相関）なので
  1-②の図解を参照
- 理系因子と誤差も直交（無相関）なので
  1-②の図解を参照

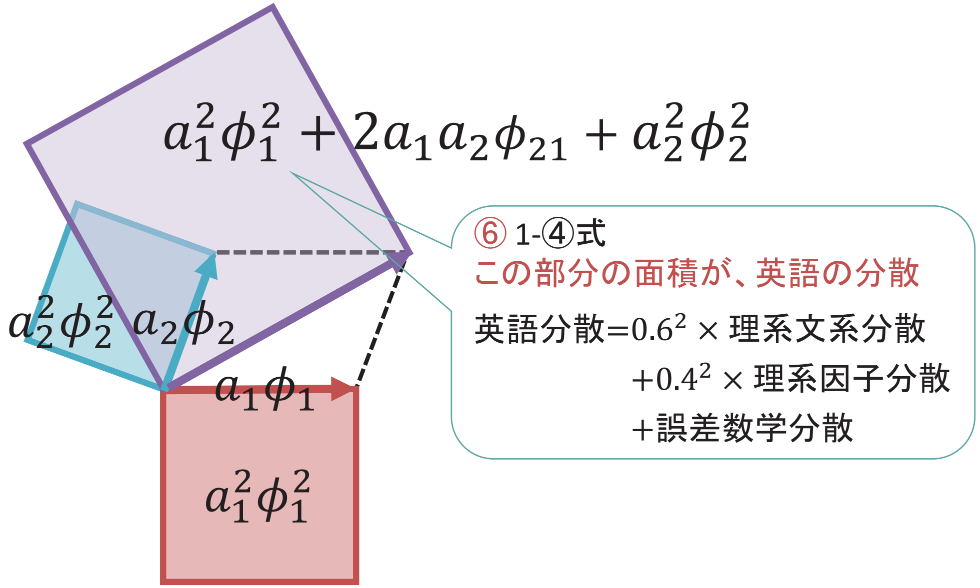
- 1-②より、英語の分散は、以下になりそうだ
  英語の分散 $= a_1^2\phi_1^2 + a_2^2\phi_2^2 + \psi^2$

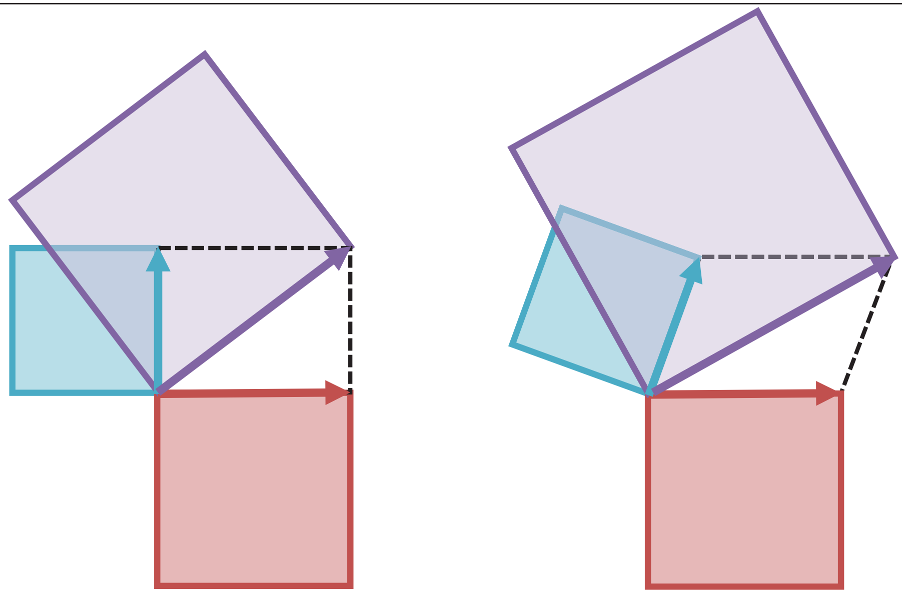
- しかし、1-④式には、$2a_1a_2\phi_{21}$がある
- この理由を図解

文系因子と理系因子は直交（無相関）でない



文系因子と理系因子は直交（無相関）でない





正の相関があると、a_1F_1の分散（赤）とa_2F_2の分散（青）が同じでも線形和の分散（紫）が$2a_1a_2\phi_{21}$だけ大きくなる。逆に負の相関があると、作られる紫の正方形面積が小さくなる。

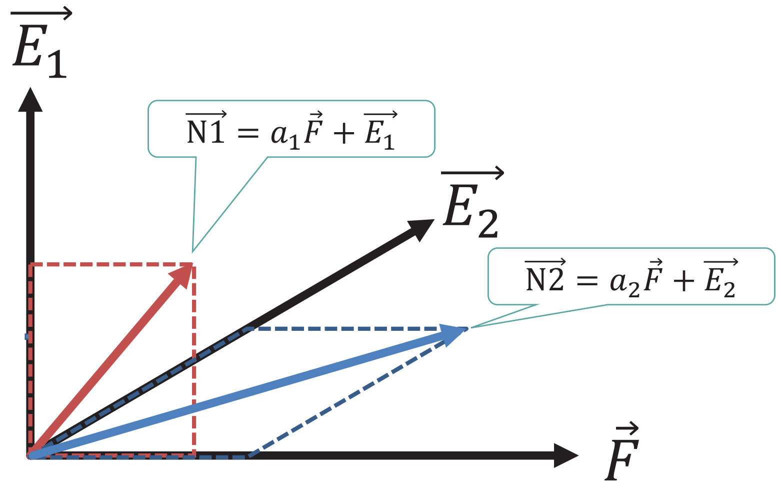
表1-6の図解 N1とN2の共分散がN1負荷×N2負荷になるわけ

N1=N1負荷×因子+E1
N2=N2負荷×因子+E2

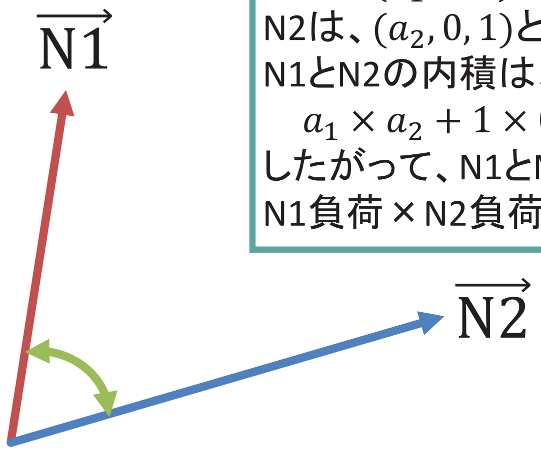
- 以下の記号を用いる
- N1負荷→ a_1, N2負荷→ a_2
- 因子→F
- とおくと、上式は、

N1= a_1F+E_1
N2= a_2F+E_2

因子と2つの誤差は互いに直交（無相関）



$\overrightarrow{\mathrm{N1}}$と$\overrightarrow{\mathrm{N2}}$の内積がN1とN2の共分散



$\vec{F}, \overrightarrow{E_1}, \overrightarrow{E_2}$の張る3次元空間において
N1は、$(a_1, 1, 0)$という点。
N2は、$(a_2, 0, 1)$という点。
N1とN2の内積は、

$$a_1 \times a_2 + 1 \times 0 + 0 \times 1 = a_1 a_2$$

したがって、N1とN2の共分散は
N1負荷×N2負荷となる。